Lineabilita Nikde Monotonních Měr

Petr Petráček

Konečnou znaménkovou Radonovu míru na d-dimenzionálním reálném prostoru $\mathbb{R}^d$ nazýváme *nikde monotonní* pokud

$$\mu^+(G) > 0,$$
$$\mu^-(G) < 0,$$

platí pro každou neprázdnou otevřenou množinu $G \subset \mathbb{R}^d$. Ukážeme, že množina všech takových měr je residuální na prostoru znaménkových Radonových měr na $\mathbb{R}^d$ a tedy "‘velká"’ ve smyslu kategorií.

Na tento výsledek navážeme důkazem *lineability* těchto měr. Ukážeme, že existuje vektorový prostor těchto měr jehož dimenze má mohutnost kontinua a každý nenulový prvek tohoto prostoru je nikde monotonní míra diferencovatelná vůči d-dimensionální Lebesgueově míře.

Výše zmíněný výsledek vyžijeme k důkazu faktu, že dokonce existuje takový prostor, který je zároveň hustý v prostoru konečných znaménkových měr na $\mathbb{R}^d$ které jsou skoro všude diferencovatelné vůči d-dimenzionální Lebesgueově míře. Navíc mohutnost dimenze takového prostoru je maximální možná.

Všechny výše zmíněné výsledky jsou nové a tvoří dohromady základ autorova článku "‘*Lineability of Nowhere Monotone Measures*"’, který byl nedávno přijat k publikaci v "‘*Bulletin of the Belgian Mathematical Society Simon Stevin*"’.